

Компьютерное моделирование одежды

Фроловский В. Д.¹, Ландовский В.В.¹

¹ Новосибирский Государственный Технический Университет,
630092 Новосибирск, Россия
{frolovsky, warlock}@asu.cs.nstu.ru
<http://asu.cs.nstu.ru>

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы моделирования компьютерных манекенов, моделирование взаимодействия деталей одежды при их сборке на поверхности манекена, моделирование взаимодействия ткани и поверхности манекена. Для моделирования сложных поверхностей используется математический аппарат тригонометрических интерполяционных сумм (ТИС), основанный на быстром преобразовании Фурье и методе Ланкзоса. На основе метода частиц с учетом деформационных свойств ткани разработан алгоритм и программы для моделирования поведения ткани на поверхности манекена.

1 Введение

Построение моделей объектов виртуальной реальности с достаточно сложной поверхностью, представляет собой процесс, требующий специализированных технологий для конкретных предметных областей. При этом мы должны учитывать как реально доступные средства получения информации об объекте, так и принятые в предметной области информационные характеристики объекта. В частности, одной из наиболее увлекательных и сложных задач компьютерной графики является моделирование поведения ткани при проектировании одежды. Важным в этой задаче является не только достижение наибольшей визуальной реалистичности, но, возможно в большей степени, обеспечение соответствия модели физическим характеристикам ткани, соответствия моделируемых деформаций реальным.

В настоящей работе рассматриваются следующие аспекты этой задачи: 1) моделирование компьютерных манекенов с необходимой степенью детализации; 2) моделирование взаимодействия деталей одежды при их сборке; 3) моделирование взаимодействия ткани и поверхности манекена.

Для построения геометрической модели сложных объектов существует достаточно большое число универсальных графических систем с открытой архитектурой (AutoCAD, MicroStation, bCAD и др.). Хорошо развиты методы параметрического представления объектов в технических приложениях с помощью таких систем проектирования, как, например, Autodesk Mechanical Desktop,

Inventor, ProEngineer, где геометрические модели представлены в виде теоретико-множественных композиций таких примитивов как цилиндры, конусы, сферы и т.п. Для объектов же более сложной структуры, представленных в самом общем виде сеточными моделями, этот вопрос до настоящего времени остается мало изученным и решение рассматриваемых фундаментальных задач в рамках методов компьютерной геометрии является актуальным и имеет большое практическое значение для многих предметных областей.

2 Параметрическое моделирование сложных геометрических объектов

Морфологическая информация о сложной поверхности M , состоит из координат (x, y, z) ограниченного множества G точек поверхности M . Требуется вычислить параметрическое представление M на основе этих данных. Для этой цели выберем произвольную гладкую параметризацию поверхности M , данную гладким отображением $(x(u), y(u), z(u))$ из p -мерного куба $U = [0,1] \times \dots \times [0,1]$ на поверхность M , так что оно преобразует множество узлов $Q(N_1, \dots, N_p)$ из U на множество G . Здесь $p = 2$ для поверхности. Обычно рассматриваемая параметризация известна не явно. Однако часто легко определить соответствие, которое она устанавливает между ограниченным множеством узлов $Q(N_1, \dots, N_p)$ и G , то есть дать значения $(x(k), y(k), z(k))$ параметризации на дискретных узлах k множества $Q(N_1, \dots, N_p)$. Это ставит задачу построения аппроксимации $(X(u), Y(u), Z(u))$ параметризации $(x(u), y(u), z(u))$, используя ее известные значения на дискретных узлах, то есть так, что выполняется условие: $(X(k), Y(k), Z(k)) = (x(k), y(k), z(k))$ для всех k из $Q(N_1, \dots, N_p)$.

Рассмотрим гладкую вещественнозначную функцию ϕ , от p - переменных, определенную на p - мерном кубе: $V = [-1, 1] \times \dots \times [-1, 1]$. Сумма

$$\Phi(v_1, \dots, v_p) = \sum_{k_1, \dots, k_p} C(\phi)_{k_1, \dots, k_p} \times \exp\left(\sum_{i=1}^p j\pi k_i (v_i + 1)\right) \quad (1)$$

с коэффициентами

$$C(\phi)_{k_1, \dots, k_p} = 1/T \sum_{t_1, \dots, t_p} \left\{ \phi(s_1 - 1, \dots, s_p - 1) \times \exp\left(-\sum_{i=1}^p j\pi k_i s_i\right) \right\} \quad (2)$$

определяет тригонометрическую интерполяционную сумму (TIS) относительно

$$\text{множества точек в } V: Q(N_1, \dots, N_p) = \left\{ (v_1, \dots, v_p) \in V : v_i = t_i / N_i - 1, \right. \\ \left. t_i = 0, \dots, 2N_i - 1, i = 1, \dots, p \right\}, T = (2N_i).$$

В выражениях (1) и (2) $k_i, t_i = 0, \dots, 2N_i - 1, s_i = t_i / N_i, i = 1 \dots p$ и $j = \sqrt{-1}$. Выражение (2) – это известное p -мерное дискретное преобразование Фурье вектора s

компонентами $\phi(q)$, $q \in Q(N_1, \dots, N_p)$. Его обратное преобразование дано формулой (1). Для их вычисления существуют эффективные алгоритмы, называемые быстрыми преобразованиями Фурье. Также, ТИС допускают простой контроль выбора оптимального соотношения между точностью представления моделей и стоимостью вычислений посредством выбора числа и места расположения точек модели. ТИС Φ , определенная формулой (1) – это интерполяционная функция для ϕ на множестве узлов $Q(N_1, \dots, N_p)$, т.е.

$\Phi(q) = \phi(q)$ в каждой точке q множества $Q(N_1, \dots, N_p)$. Известно, что если ϕ допускает гладкое периодическое расширение, тогда Φ быстро сходится к ϕ , т.к. N_j стремятся к бесконечности для всех $j = 1, \dots, p$. Однако, если граничное поведение функции ϕ такое, что ее определение не может быть гладко расширено, тогда сходимость ее ТИС может быть очень медленной, т.о. Φ может дать плохую аппроксимацию. В этом случае Φ может показать эффект Гибба - высокочастотные колебания между интерполяционными узлами. Преодолеть эту проблему можно с помощью метода Ланкзоса [1, 2]. Основная идея метода заключается в том, чтобы построить аппроксимацию к заданной параметризации ψ посредством ТИС для вспомогательной периодической функции ϕ , которая на всей своей области определения (включая границу) имеет ту же степень гладкости что и ψ . Следовательно, если вспомогательная функция определена формулой:

$$\phi(v) = \begin{cases} \psi(v) - h(v) & \text{для } 0 \leq v \leq 1, \\ -\phi(-v) & \text{для } -1 \leq v \leq 0, \end{cases} \quad (3)$$

где h – это функция, при которой выполняются условия гладкости и если аппроксимирующая функция Ψ к ψ определена формулой:

$$\Psi(u) = \Phi(u) + h(u), \quad (4)$$

$$|\psi(u) - \Psi(u)| \leq C \frac{\log(N)}{N^{2m+1}}$$

тогда она удовлетворяет неравенству:

Таким образом, результирующая аппроксимация Ψ быстро сходится к ψ , следовательно, преодолевается медленная сходимость ТИС для непериодических функций. Метод, определенный формулами (3) и (4), устанавливает функцию h как многочлен:

$$h(u) = \sum_{k=0}^m \left[\psi^{2k}(0) P_{2k+1}(1-u) + \psi^{2k}(1) P_{2k+1}(u) \right]$$

Здесь P_j – многочлен на $[0, 1]$ такой, что $P_0(u) = 1$, $P_1(u) = u$, $dP_k(u)/du = P_{k-1}(u)$ для $k = 2, 3, \dots$, и $P_{2k+1}(0) = P_{2k+1}(1) = 0$, $\forall k = 1, 2, \dots$

Расширение данного метода для многомерного случая основано на построении вспомогательной функции ϕ как нечетного расширения (продолжения) на m -мерном кубе $V = [-1, 1] \times \dots \times [-1, 1]$ функции $\psi - h_{p,m}$, где $h_{p,m}$ – многочлен на $U = [0, 1] \times \dots \times [0, 1]$. Этот многочлен определен таким образом, что удовлетворяются следующие условия:

1) частные производные порядка $2m + 1$ от функции ϕ относительно каждого аргумента существуют и ограничены на V ,

$$2) \phi^{k_j} (v_1, \dots, v_{j-1}, -1, v_{j+1}, \dots, v_p) = \phi^{k_j} (v_1, \dots, v_{j-1}, 1, v_{j+1}, \dots, v_p),$$

где $k_j = 0, \dots, 2m + 1$ и $j = 1, \dots, p$. В частности $h_{p,m}$ определяются соотношениями:

$$h_{j,m}(u) = (W_{j,m}[\psi - h_{j-1,m}]) (u) + h_{j-1,m}(u), \quad \text{при } j = 2, \dots, p \quad \text{и}$$

$h_{1,m}(u) = (W_{1,m}\psi)(u)$. Здесь $W_{j,m}$ – оператор на пространстве дифференцируемых на U функций, определенный формулой:

$$(W_{j,m}f)(u_1, \dots, u_p) = \\ = \sum_{k_j=0}^m [f^{2k_j}(u_1, \dots, u_{j-1}, 0, u_{j+1}, \dots, u_p) P_{2k_j+1}(1-u_j) + \\ + f^{2k_j}(u_1, \dots, u_{j-1}, 1, u_{j+1}, \dots, u_p) P_{2k_j+1}(u_j)],$$

где $P_k(u)$ – многочлен на $[0, 1]$ порядка k . Далее аппроксимация Ψ для функции ψ посредством ТИС определена соотношением: $\Psi(u) = \Phi(u) + h_{p,m}(u)$,

где Φ – это ТИС вспомогательной функции ϕ . Результирующая ошибка аппроксимации удовлетворяет неравенству:

$$|\psi(u) - \Psi(u)| \leq \max_{j,n=1,\dots,p} \left\{ C_{j,n} \frac{\log(N_j)}{N_j^{2m_n+1}} \right\},$$

для всех u из U , где $C_{j,n}$ – некоторая константа. Аппроксимация каждой координатной функции $X(u)$, $Y(u)$ и $Z(u)$ достигается применением метода аппроксимации через ТИС. Граница, данная для погрешности аппроксимации, устанавливает, что приближенная параметризация $(X(u), Y(u), Z(u))$ стремится к точной, по мере того, как число узлов увеличивается.

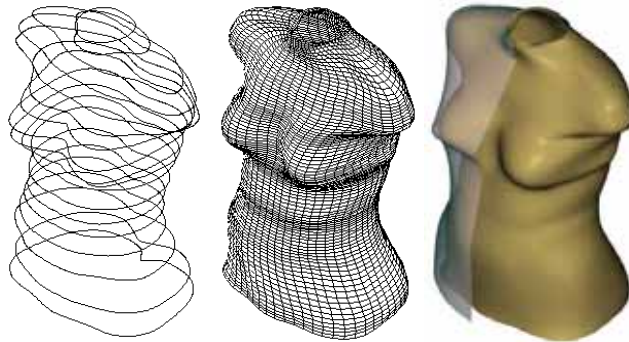


Рис. 1. Построение 3D поверхности манекена и макета внешней формы при помощи ТИС: основные горизонтальные сечения, трехмерная сеть, построенная посредством ТИС, визуализация поверхности манекена и макета внешней формы.

3 Моделирование ткани

Ткань - сложный механизм. В ткани тонкие волокна скручены в нити, и эти нити более или менее жестко сплетены во взаимосвязанную сеть. Все компоненты сети держатся вместе просто трением. Поведение их зависит от типа волокна, веса волокна, плотности сплетения, типа сплетения и т.д. Представим модель ткани как систему частиц [7] которые размещены в точках пересечения продольных и поперечных нитей ткани, как показано на рисунке 2.

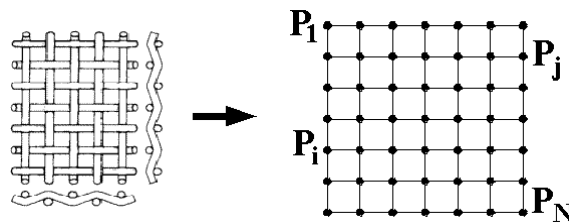


Рис. 2. Дискретная модель ткани

В этой модели попытаемся определить наиболее важные взаимодействия между частицами. Основные взаимодействия, которые происходят на уровне нити, это: растяжение-сжатие; изгиб и сдвиг [3]. Взаимодействие отталкивания (растяжение) вводится для обеспечения условия, что имеется минимальное расстояние между частицами, предотвращающее самопересечение ткани, сжатие соединяет каждую частицу с ее четырьмя соседями и представляет собой силу натяжения нити. Сдвиг представляет собой деформацию ячейки сети. Взаимодействия изгиба обусловлены изгибом нитей относительно плоскости окружающей ткани.

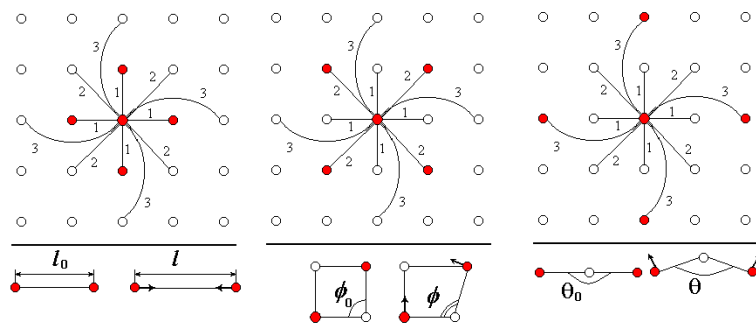


Рис. 3. Типы взаимодействий

Силы перечисленных взаимодействий можно определить следующим образом:

$$F_{p,сж} = k(l_0 - l), F_{сдв} = \mu_{сдв}(\varphi_0 - \varphi), F_u = \mu_u \cos(\theta/2).$$

Для представления конкретной ткани нужно построить эти зависимости, основываясь на существующих измерительных системах физических свойств тканей, и исходя из полученных данных выбрать конкретные значения коэффициентов. Примером измерительной системы может служить система Kawabata [6]. Система Kawabata - это стандартное оборудование для измерения физических и механических свойств конкретного тканого материала. Результаты этих измерений дают возможность определять количественные соотношения, выражающие физическое поведение тканей, классифицировать и устанавливать существенные свойства различных тканей.

Движение системы описывается обобщенными перемещениями $\overline{r_i^{n-1} r_i^n}$, и на каждом временном слое ищутся положения узлов в пространстве $r_i(t) = \{x_i(t), y_i(t), z_i(t)\}$. Таким образом, ткань будет представлять собой механическую систему с тремя степенями свободы, которая осуществляет движение относительно устойчивой равновесной формы.

Из принципа Гамильтона для функции L , зависящей от координат r_i и скоростей r_i' , следует уравнение Эйлера-Лагранжа:

$$\frac{\partial L}{\partial r_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial r_i'} \right) = 0$$

Это уравнение

определяет динамическую траекторию системы, как только найдена функция Лагранжа для этой системы. В классической механике лагранжиан определен как разность между кинетической энергией T и потенциальной энергией U , то есть $L = T - U$. Весьма важно при определении лагранжиана учесть рассеяние в системе. Для этого необходимо определить функцию D , зависящую от скорости. Ее называют функцией потерь и определяют как: $D = \frac{1}{2} c_i (r_i')^2$. Таким образом, уравнение равновесия будет иметь вид:

$$\frac{\partial L}{\partial r_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial r_i'} \right) - \frac{\partial D}{\partial r_i'} = 0$$

Пусть элементарная частица имеет массу m_i . Кинетическая энергия такой частицы движущейся со скоростью r_i' будет равна $T = \frac{1}{2} m_i (r_i')^2$. Потенциальная энергия частицы находящейся в гравитационном поле земли $U_g = m_i g r_i$. Однако, полная потенциальная энергия частицы будет включать составляющую, обусловленную взаимодействиями между частицами U_{int} . Используя выражения для кинетической энергии, функции потерь и гравитационной составляющей получим следующее уравнение движения частицы:

$$m_i r_i'' + c_i r_i' + m_i g + \frac{\partial U_{int}}{\partial r_i} = 0$$

Последняя составляющая уравнения движения, представляет собой некоторую функцию координат узла r_i и координат r_j $j \in R_i$ где R_i - множество индексов узлов связанных с узлом P_i [4]. В физическом смысле $F_{\text{int}}(r_i, r_j)$ это результирующая сила внутренних взаимодействий. Тогда уравнение движения узла примет следующий вид: $m_i r_i'' + c_i r_i' + m_i g + F_{\text{int}}(r_i, r_j) = 0$, а для всей системы

$Mr'' + Cr' + Mg + F_{\text{int}}(r) = 0$, где M матрица инерции - диагональная матрица, описывающая распределение масс ткани, C матрица демпфирования, $r = \{r_i\}$.

Разрешив уравнение относительно r'' и сгруппировав в правой части все силы, действующую на систему частиц, получим полную систему дифференциальных уравнений:

$$r'' = M^{-1}F(r, r'),$$

где $F(r, r')$ - функция, описывающая действие внутренних и внешних сил на ткань.

Начальные условия: $r|_{t_0} = r_0$, $r'|_{t_0} = 0$, $F_{\text{int}}|_{t_0} = 0$.

Введем обозначение $v = r'$. И перепишем систему уравнений следующим образом:

$$\begin{aligned} r' &= v \\ v' &= M^{-1}F(r, v) \end{aligned}$$

В процессе перехода от математического описания к алгоритму программы моделирования непрерывные функции заменяются их значениями в дискретные моменты времени. Наиболее простым является метод Эйлера, применение этого метода приведет к следующей системе алгебраических соотношений

$$\begin{aligned} r_{n+1} - r_n &= hv_n \\ v_{n+1} - v_n &= hM^{-1}F(r_n, v_n) \end{aligned}$$

Применение такого метода требует выбора настолько малых значений шага, что количество итераций, необходимое для получения результата, возрастает до недопустимых значений.

Изменив первое соотношение, $r_{n+1} - r_n = hv_{n+1}$ получим метод второго порядка точности и с большей областью устойчивости, для вычисления v_{n+1} не требуется решать никаких алгебраических уравнений, а достаточно пересчитать скорость до пересчета положения. Такой подход на практике позволяет увеличить шаг интегрирования на порядок.

Наибольшего шага интегрирования можно получить используя неявный метод:

$$\begin{aligned} r_{n+1} - r_n &= hv_{n+1} \\ v_{n+1} - v_n &= hM^{-1}F(r_{n+1}, v_{n+1}) \end{aligned}$$

подробно особенности этого подхода рассмотрены в [5].

После каждого вычисления нового положения частиц наступает этап, на котором определяется, взаимодействовала ли какая-либо частица с поверхностью манекена, который на этом этапе представлен треугольной сеткой. Если в некоторый момент времени частица оказалась внутри манекена или на его поверхности, то необходимо скорректировать ее положение и скорость.

4 Моделирование сборки одежды

Сборка модели одежды и наложение ее на поверхность манекена представляет собой следующую последовательность действий. В начальный момент времени тело и ткань должны находиться вблизи друг от друга, чтобы избежать напрасных затрат на сближение. Чтобы сконструировать одежду, устанавливаем точки соответствия различных выкроек. Временно исключив действие силы тяжести, вводим внешние силы аналогичные по действию силе тяжести, стягивающие соответствующие точки выкроек к геометрической середине отрезка между ними. На последнем этапе производится включение внешней силы тяжести. Связи характеризующие изгиб ткани, действуют через узел, поэтому отсутствует влияние одной выкройки на другую. Эти взаимодействия учитываются отдельно, исходя из известного набора точек соответствия. Пример результатов моделирования сборки платья на поверхности манекена показан на рисунке 4, модель платья представлена набором выкроек с общим количеством частиц 5296, манекен представляет собой сеть из 5150 треугольников.



Рис. 4. Исходная модель и результат сборки

Библиография

1. Lanczos C. J. Soc. Indus. Appl. Math. Ser. B Numer. Anal. 1, 76 (1964).
2. Jimenez J.C., Biscay R., Aubert E. Parametric representation of Anatomical Structures of the Human Body by Means of Trigonometric Interpolating Sums – Centro de Neurosciences de Cuba, Apartado 6880, La Havana, Cuba, Journal of computational physics. paper 0135. 1996.
3. Eberhardt A., Weber A., Strasser W. A fast, flexible, particle-system model for clothes draping. IEEE Computer Graphics and Applications. № 16, 1996. P. 52-59.
4. Frolovsky V. D., Landovsky V. V. Modeling of fabric based on particles method. Proceedings of the International Forum isiCAD-2004. Novosibirsk. Ledas Ltd. 2004. P. 224-229.
5. Frolovsky V. D., Landovsky V. V. Explicit and Implicit integration in the problem of modeling of fabric based on particles method. Proceedings of 9th Korean- Russian International Symposium on Science and Technology. June 26 ~ July 2, 2005. Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia. P. 596-600.
6. Kawabata S., Postle R., Niwa N. Objective Specification of Fabric Quality, Mechanical Properties and Performance, The Textile Mach. Soc. Japan Publications. 1982.
7. W. Hockney and J. W. Eastwood, Computer Simulation Using Particles. McGraw-Hill, New York, 1981